ISSN 2186 − 3989

マグニチュード推定法の結果に見る
数量感覚の個人差

谷　雄祐

Individual Difference of the Sense of Quantity for the Observed Line Length in the Magnitude Estimation Experiment

Yusuke TANI

北　陸　大　学　紀　要
第57号（2024年9月）抜刷

北陸大学紀要
第 57 号（2024 年度）
pp.249 ～ 257
［研究ノート］

マグニチュード推定法の結果に見る 数量感覚の個人差

谿　雄祐*

Individual Difference of the Sense of Quantity for the Observed Line Length in the Magnitude Estimation Experiment

Yusuke TANI*

Received July 15, 2024
Accepted July 23, 2024

抄録

数や量といった概念をイメージしそれらを操作する，あるいは感覚の強さや程度を数値で表現するといった数量感覚は，数学など理系科目の学習のみならず，日常生活においても重要な能力である。数量感覚の基礎となる数概念については，発達や教育の分野で幼児を対象とした研究が行われているが，大学生の数量感覚に関する研究例は少ない。また本学心理社会学科の学生においては，入学以降に数量感覚あるいは数学の学力を測定される機会がほとんどないため，彼らの数量感覚については未知数である。学力の基盤としての数量感覚を知ることは，学生の学びを支援する上で有益であると思われる。本稿では，このような観点の元，心理学実験という演習科目において実施した実験結果を分析した。実験は 2 本の線分を比較し，一方の長さを 100 として他方の長さを数値で回答するというものであった。7 段階の長さの線分に対する回答に対して近似したべき関数の様態に基づいて参加者を 3 つに分類することができた。

キーワード：数量感覚，マグニチュード推定法

はじめに

著者の所属している本学心理社会学科では，2 年次の前期と後期に「心理学実験」という名で，心理学の実験を行いその結果を IMRAD 形式のレポートを作成するという演習を行っている。このような実験演習科目は，国内外の心理学を学ぶ学科において広く開講されており，国家資格である公認心理師の受験資格取得要件となっていることはもちろん，日本心理学会が制定している認定心理士制度においても，単位の修得が資格認定の要件と

* 北陸大学国際コミュニケーション学部心理社会学科　Department of Psychology, Faculty of International Communication, Hokuriku University
※責任著者　谿雄祐 Yusuke TANI　y-tani@hokuriku-u.ac.jp

なっている[1]（日本心理学会, 2014）。

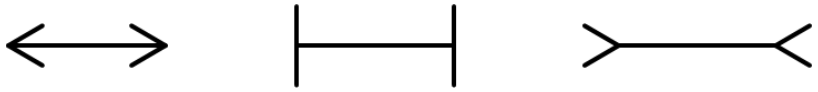
演習において，実験データに対して記述統計や統計的仮説検定といった数理的，統計的分析を行い，その結果に基づいて考察を行う。本学も含め，日本において「心理」を冠した名を持つ学科は「文系」学部にあることが多いせいか，著者の経験上，これらの実施及び理解に困難を覚える学生は少なくないようである。本学では Excel で使用できる統計パッケージである HAD（清水, 2016）を標準ツールとして指定し，これに基づいた統計教育を 1 年次より行っている[2]ため，ほぼすべての学生が検定結果を得ることはできるが，その意味を読み解くことができない者が一部いる。こういった学生の中には，数量という概念をイメージして操作したり，見たものの長さや聞いた音の大きさを数値で表現したりすることが苦手な者がいるかもしれない。本学心理社会学科では，入学に際し数学の試験が課されるのは大学入学共通テスト利用方式のみであり，この方式においても数学は選択肢の一つにすぎず，ほとんどの学生の数学能力は（高校時の評価はあるが）未知数である。

数量感覚あるいは数概念は，5 歳から 6 歳頃にその基礎が獲得され，小学校の算数や中学校以降の数学の習得の基盤になっている。近年，初等中等教育に関して STEAM 教育を推進することが重要とされている（文部科学省, 2019）。STEAM の M が数学であり，数学教育の重要性が改めて説かれているのは, AI の目覚ましい発展など世の情勢による部分もあるだろうが，理数系科目の学力低下があるからかもしれない。数概念に関する研究は，教育や発達の分野で行われていることが多く，そのほとんどは幼児に関するものであるようだ。著者にとって専門外であるため文献探索は十分とは言えないが，大学生の数量感覚に関する国内の研究は数えるほどであり, その半数近くは紀要に掲載されたものであった。このように，大学生の，そして本学科学生の数学能力や数量感覚は未知数であるが，STEAM 教育の前身とも言える STEM 教育の名を借りるまでもなく, 数学的な能力は諸々の学習の幹を成す能力の一つであり，学生の数量感覚について考察することは彼らの学びをサポートする上でも有用であると思われる。

演習の題材として用いる実験には，古典的なものが多い。本稿で紹介するミュラー・リヤー錯視に関する実験もその中の一つである。ミュラー・リヤー錯視とは，主軸と呼ばれる線分の両端に「矢羽」と呼ばれる短い線分対を付与すると，その矢羽の成す角（挟角）によって，主軸の長さが異なって見えるという幾何学的錯視である。挟角が鋭角である場合には主軸は短く見え，挟角が鈍角である場合には主軸は長く見える。数多くの研究の中にも明確な記述は少ないが，挟角が 180 度である場合には錯覚は生じない（Figure 1）。

ミュラー･リヤー錯視が発見されたのは心理学草創期と言える 19 世紀末のことである。19 世紀後半に誕生した心理学は周辺領域の諸学問と相互作用しながら発展してきた学術分野であるが，最初期には生理学と物理学の影響を大きく受けている。これは世界初の心理学研究室を開設した「心理学の父」，ヴント（Wilhelm M. Wundt; 1832-1920）が心理学研究室を開設する前に当代きっての生理学者にして物理学者であるヘルムホルツ（Hermann L. F. von Helmholtz; 1821-1894）の研究室に助手として務めていたことと無関係ではないだろう[3]。ヴントがライプツィヒ大学に着任する少し前から，そこで生理学者として研究を行っていたのがフェヒナー（Gustav T. Fechner; 1801-1887）である。彼とその師であるウェーバー（Ernst H. Weber; 1795-1878）は，現在では心理物理学と呼ばれることが多い精神物理学 psychophysics の創始者とされている。彼らの名は，心理的感覚と物理的強度の関係を定式化した「ウェーバー・フェヒナーの法則」として，今でも心理学の初学者にも知られている。心理物理学では様々な刺激から得られる心理的感覚の強度と刺激の物理的強度の関係，とりわけ閾値と主観的等価値を明らかにするための実験手法として調整法，極限法，恒常法が開発された。これらは今尚用いられる優れた実験手法であり，本稿で紹介する実験では調整法を用いてミュラー・リヤー錯視の錯視量を測定することが課題の一つであった。

Figure 1 実験に用いたミュラー・リヤー図形（左から挟角が 60 度、180 度、300 度）



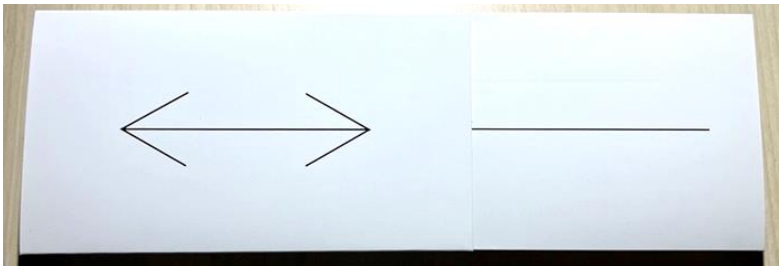
これら心理物理学的測定法が，対象となる刺激による心理的感覚と等価な心理的感覚をもたらす刺激を参加者に生成させたり（調整法），単純な判断をさせたりする（極限法，恒常法）ことで主観的等価値を得るのに対し，より“直接的な”アプローチを考案したのがスティーヴンス（Stanley S. Stevens; 1906-1973）である。彼はある刺激強度によって引き起こされる心理的感覚の強度を基準とし，他の刺激強度による心理的感覚の強度がその何倍であるかを数値で答えさせるマグニチュード推定法を考案した。“直接的”という表現は，心理的感覚の強度を他の手段を介して数値化するのではなく，心理的感覚の強度そのものに「直接」数値を対応させるという意味である。マグニチュード推定法およびその結果から導かれた「べき法則」は様々な種類の感覚に対して適用されている。本稿で紹介する実験のもう一つの課題が，ミュラー・リヤー図形の主軸の長さに関するマグニチュード推定であった。スティーヴンスによると，線分の長さに対するべき指数は 1.1 である（Stevens, 1957）。すなわち長さの感覚は物理的な長さと概ね線形関係であり，倍数関係は少なくとも物理的な長さの変化幅が 1~10 倍の範囲では保たれていることになる。

本稿では，心理学実験 I の受講生たちが行った線分の長さに対するマグニチュード推定の結果から，彼らの数量感覚の操作能力について考察する。マグニチュード推定法は，ヒトが心理的感覚の強度あるいはそれらの関係性を数量的に把握できることを前提にしている。しかしこのスティーヴンスの前提には懐疑的な意見もある（例えば Zimmer, 2005）。著者もこの前提には懐疑的であるが，刺激を観察しながらその強度を他の刺激の強度と比較し，その比率を数値で答えることは可能であると考えている。今回行った実験の課題においては，参加者は刺激を観察しながらその長さ（の比率）を数値で回答した。

実施内容（実験）

本項では，2 年次前期開講科目「心理学実験 I」において行った実験とその結果について紹介する。実験には心理学の実験演習用に開発された教材集（教養課程心理学教育研究会，2020）の中からミュラー・リヤー錯視に関する実験を行うためのキットを用いた。このキットは，ミュラー・リヤー図形と線分が描かれた厚紙を組み合わせて実験装置とし，見えている線分の長さを自在に変えることができるようになっていた（Figure 2）。Figure 2 において左側に描かれた図形がミュラー・リヤー図形であり，右側に描かれた線分は見えている長さが可変であった。ミュラー・リヤー図形は挟角が 60 度，180 度，300 度の 3 種類を用いたが，いずれも矢羽の長さは 30 mm，主軸の長さは 100 mm であった。すべての実験参加者は，ミュラー・リヤー図形の主軸の実際の長さが 100 mm であることを知らない状態で課題に取り組んだ。線分が描かれた厚紙の裏には目盛りが印刷されており，表側に見えている線分の長さをミリメートル単位で知ることができるようになっていた。

Figure 2 実験で用いた装置（写真）



調整法を行う群とマグニチュード推定法を行う群の 2 群に受講生を分けて実験を行った。調整法を行う群に割り振られた 24 名は，ランダムな順に提示されるミュラー・リヤー図形を標準刺激とし，比較刺激である線分の長さをミュラー・リヤー図形の主軸と同じ長さに調整するという課題を行った。調整の方向は，明らかに短い状態から比較刺激を長くする上昇系列と，明らかに長い状態から比較刺激を短くする下降系列の 2 種類であった。これら各条件を 5 試行ずつ，合計 30 試行を行った。これに対し，マグニチュード推定法を行う群に割り振られた 25 名は，ランダムな順に提示される標準刺激と，予め設定された長さの比較刺激を見比べて，標準刺激の主軸の長さを 100 とした場合に，比較刺激の長さがどれくらいかを数値で回答するという課題を行った。比較刺激の長さは 3 種類の標準刺激に対していずれも 70 mm から 130 mm まで，10 mm 間隔で 7 段階設定した。これら 21 条件を 2 回ずつ，合計 42 試行行った。課題を行う順番はあらかじめ教員が決定し，実験者（受講生）はその指示に従って実験装置を設定した。

「心理学実験 I」の課題としては，ミュラー・リヤー図形の主軸に生じた長さに関する錯覚を 2 つの実験手法により測定するというものであった。そして，3 種のミュラー・リヤー図形の主軸の「見えの長さ」が実際の長さである 100 mm と有意に異なっているか，3 種のミュラー・リヤー図形の主軸の「見えの長さ」の間に有意な差があるか，等を統計的仮説検定により検討し，その結果の報告とそれに基づく考察をレポートに書くことであった。本稿では錯視が生じないとされる挟角が 180 度の図形のみに着目する。ミュラー・リヤー錯視は多くの人が体験できる頑健な幾何学的錯視とされているが，その錯視量は未知である。したがって，数量感覚のみに焦点をあてた議論の根拠とするには不適切だからである。

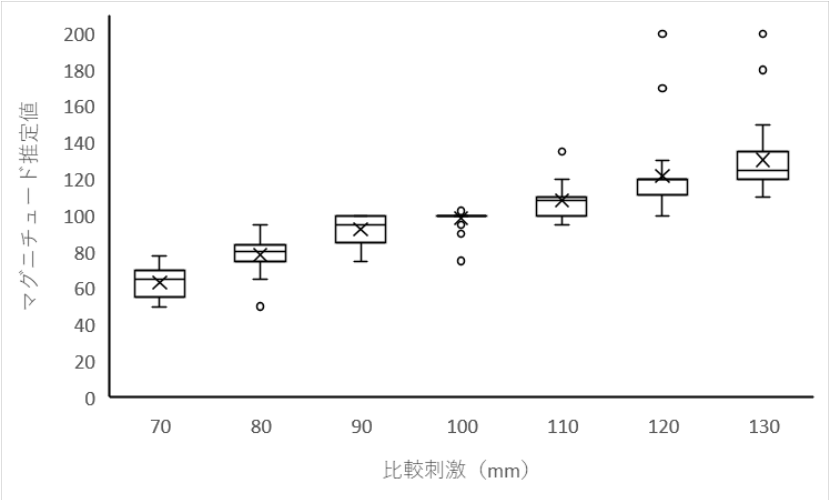
なお，実験は授業内の演習という性質上，受講生が実験者と参加者の役割を交代で行った。また，一般的な教室で全受講生が同時に実験を行ったため，学術研究の実験において本来重視される厳密な統制は望むべくもない。例えば，実験を行うに辺り，すべての受講生に対して実験装置と目の間の距離,観察距離を 60 cm くらいにするよう指示していたが，その指示を守って実験を行っていた受講生は半数ほどであった。したがって，得られた結果には装置の使用法、課題の内容に対する誤解といった，学術研究においてはありえないノイズも混入しているかもしれない。こういった極端なノイズは極端な外れ値に繋がることが多いため，受講生が課題としてデータを分析する段階でそのいくつかは除外したが，分析対象としたデータにもそのようなノイズを含んだものが混入している可能性は否定できない。本稿の考察もそのようなデータに対する分析に基づくものであることをご了承いただきたい。

また，実験を実施するにあたり，受講生に対する倫理的配慮は十分に行ったが，実験内容を理解してレポートを作成するという授業の性質上，事前に行う実験内容に関する説明は本来あるべきものより簡略化したものであり，事後の研究の目的等に関する説明もレポート作成課題に影響するため行わなかった。

分析・考察

全体的傾向　マグニチュード推定法を行った 25 名が，長さ 100 mm（主軸と同じ長さ）の比較刺激に対して回答した数値（以下推定値）の平均は 98.40（SD = 5.56）であり，この部分だけを見ると長さの比較結果を適切に数値化できていると言えるものであった。しかし，比較刺激と主軸の物理的（視覚的）長さが異なる条件での推定値を見ると（Figure 3），適切なマグニチュード推定を行えた参加者ばかりとは言い難い。比較刺激が最も短い 70 mm では 70 という推定値が適切であるのに対し，全参加者の平均は 63.10（SD = 8.52）であった。比較刺激が最も長い 130 mm では 130 という推定値が適切であるのに対し，全参加者の平均は 130.50 とほぼ適切な値となっていたが個人差が大きく，標準偏差は 20.00 であった。これらの結果は，比較する対象間の差が大きくなると，それらの関係を適切に数値化できなかった参加者の存在を示唆している。一方，調整法を行った 25 名の調整値の平均は 100.52（SD = 5.89）であったことから，挟角 180 度のミュラー・リヤー図形の主軸はほぼ実際の長さに見えていたことが確認できた。

Figure 3 比較刺激の長さごとのマグニチュード推定値の分布



べき関数のフィッティング　べき法則に則り，各参加者の結果に対して式 1 に示すべき関数によるフィッティングを行った。係数 a および b は Microsoft Excel©の「近似曲線の追加」機能を用いて決定した。

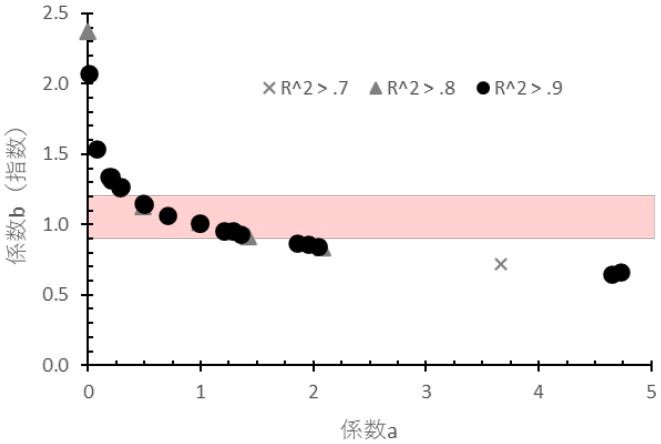
$$推定値 = a \times 実際の長さ^{b} \qquad （式 1）$$

係数 a は直線においては傾きであり，係数 b は指数である。すべての参加者において決定係数は 0.7 を上回り，関数の当てはまりは良好であったと言える。

参加者ごとに推定した係数 a および係数 b を Figure 4 に示す。図中の網掛け部分は，係数 b が 0.9 から 1.2 の範囲である。25 名の参加者のうち，係数 b がこの範囲に入り，かつ決定係数が 0.8 を上回ったのは 9 名であった。この 9 名について，比較刺激として設定した 70 mm から 130 mm の 7 点におけるべき関数の接線の傾き（ゲイン）の平均（以下，

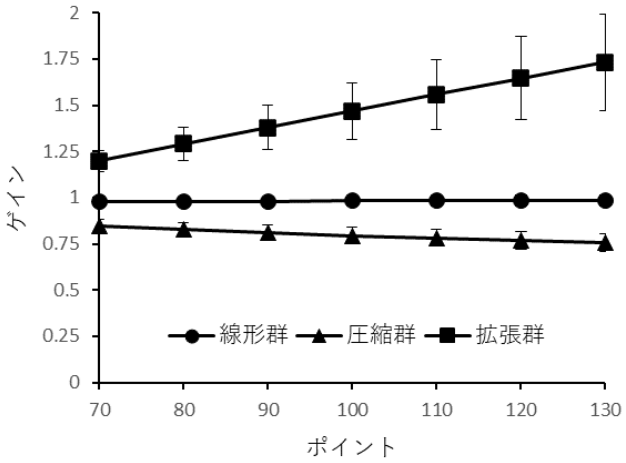
区間ゲインと呼ぶ）を求めたところ，1.00（SD = 0.08）であった。したがって，この 9 名は 70 mm から 130 mm の範囲において，見ている線分の（絶対的な）長さに近い数値を回答できていたことになる。本実験の参加者は，刺激を観察しながら数値を答えており，感覚量のみに基づいて数値を答えるのに比べると容易な課題になっていたはずであるが，それでも大半の参加者の心理物理関数は非線形であったことになる。具体的には，係数 b が 1 より小さければ関数の形状は上に凸であり，係数 b が 1 より大きければ関数の形状は下に凸となる。

Figure 4 参加者ごとのべき関数の係数



参加者の分類　決定係数が 0.8 以上であった参加者 23 名を，区間ゲインに基づいて 3 群に分けた。区間ゲインが 0.9 未満である 7 名を圧縮群，1.2 より大きい 10 名を拡張群，0.9 以上 1.2 以下の 6 名を線形群とした。各群の区間ゲインの元となっている 7 つのゲイン（Figure 5）について，ゲインを計算したポイントと群の 2 要因の分散分析を行ったところ，群の主効果のみ有意となった[4]（群：$F(2, 140) = 53.097$, $p < .001$，偏 $\eta^2 = .431$；ポイント：$F(6, 140) = 0.475$, $p = .826$，偏 $\eta^2 = .020$；群×ポイント：$F(12, 140) = 0.929$, $p = .521$，偏 $\eta^2 = .074$）。Holm 法による多重比較を行ったところ，すべての群の間の差が有意であった（線形群−圧縮群：$t(140) = 2.377$, $p = .019$, $d = 0.496$；線形群−拡張群：$t(140) = -6.789$, $p < .001$, $d = -1.314$；圧縮群−拡張群：$t(140) = -9.797$, $p < .001$, $d = -1.809$）。この結果は，群によって区間ゲイン（7 つのゲインの平均）が有意に異なっていたことを意味しており，群分けが適切であったことを示している。

Figure 5 ゲインの群間比較（エラーバーは標準誤差を示す）

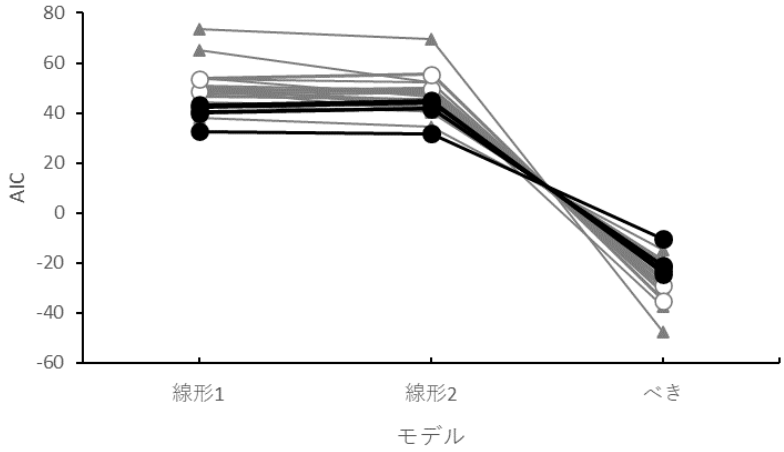


したがって，長さに関する視覚的な機能に個人差がほとんどないと仮定すれば，本実験の参加者には，同じ長さに対してどのような数値を対応させるかという数量感覚において少なくとも 3 つに分類することができることが示唆された。

モデルの比較　参加者の結果に対して 2 変数のべき関数を当てはめることの妥当性について，線形関数の当てはめと比較した。線形関数は傾きのみの 1 変数の関数と傾きと切片の 2 変数の関数を用い，それぞれの係数の値は最小二乗法によって決定した。

フィッティングにおいて，変数の数を増やすと値の自由度が高まるため当てはまりが良くなる。ただし，データには何らかの誤差が含まれているので，当てはまりが良過ぎることは好ましくない（オーバーフィット）。また，モーガンの公準やオッカムの剃刀が示すように，説明変数は必要最低限に留めるべきである。AIC（Akaike's Information Criterion；赤池情報量基準）はこのことを考慮したモデルの比較指標である。それぞれのフィッティングから AIC を算出して比較した（Figure 6）。黒線で示した参加者は，べき関数の係数 a，b の両方がほぼ 1.0 だった参加者である。べき関数の様態によらず，すべての参加者でべき関数のフィッティングにおける AIC が最も小さい値となった。AIC は値が小さいほどモデルとして妥当であることを示す指標であるから，べき関数を当てはめることは線形関数を当てはめるより妥当であることが示唆された。

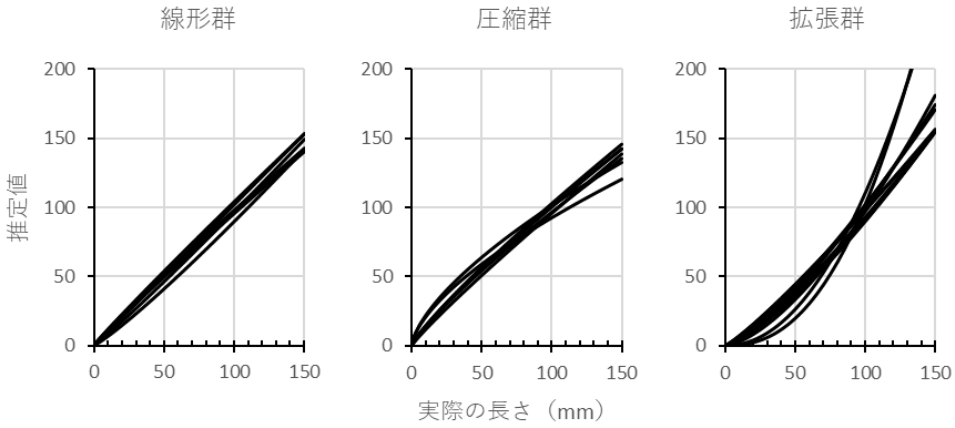
Figure 6 モデルごとの AIC の比較



おわりに

本稿では観察した 2 線分の長さの比率を数値で回答するという心理実験の結果に対して近似したべき関数に基づいて参加者を 3 つに分類した（Figure 7）。すなわち，異なる長さの比較において，それらの比率に対して適切な数値を割り当てることができる線形群と，実際の差分より差が小さくなるような数値を割り当てる圧縮群と，逆に差が大きくなるような数値を割り当てる拡張群である。視覚的な個人差がわずかなものだと仮定すると，これらは学生たちの数量感覚の特徴を反映したものと言える。今後はこのような特徴が彼らの学びおよびその成果とどのように関連しているかについて検討したい。

Figure 7 数量感覚の 3 タイプ



引用文献

教養課程心理学教育研究会（2020）．教材心理学　新装版第 1 刷．ナカニシヤ出版

文部科学省教育課程部会資料 5-1（2019）．STEAM 教育について．Retrieved July 8, 2024, from https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/004/siryo/_icsFiles/afieldfile/2019/09/11/1420968_5.pdf

日本心理学会（2014）．資格取得に必要な単位と科目名例. Retrieved July 5, 2024, from https://psych.or.jp/qualification/standard_new

清水 裕士（2016）．フリーの統計分析ソフト HAD：機能の紹介と統計学習・教育，研究実践における利用方法の提案．メディア・情報・コミュニケーション研究, *1*, 59-73.

Stevens, S. S. (1957). On the psychophysical law. *Psychological Review*, *64*, 153-181. https://doi.org/10.1037/h0046162

Zimmer, K. (2005). Examining the validity of numerical ratios in loudness fractionation. *Perception & Psychophysics*, *67*, 569-579.

註

[1] 本学においては，心理学実験 I と心理学実験 II は履修指定科目である。

[2] 心理学実験において必要となる基本的な統計知識については，1 年次後期に開講される「心理学統計法」で学習している。また，HAD の使い方及び結果の見方については 1 年次後期に開講される「情報処理応用」で学習している。

[3] ヴント自身が大学で学んだのは医学であり，心理学研究室を開設したライプツィヒ大学には哲学の教授として着任した。ちなみに，Wundt の息子である Max Wundt は哲学者である。

[4] 分散分析では交互作用は有意ではなかったが，単純主効果の検定を行った。群の単純主効果は 70 mm を除くすべてのポイントにおいて有意となり，ポイントの単純主効果は拡張群において有意となった。これらの検定結果は，比較刺激の長さの区間のほとんどにおいて，拡張群のゲインは他 2 群のゲインより大きく，130 mm における拡張群のゲインは 70 mm におけるゲインより大きい可能性を示唆するものである。